УДК 681.515

Шульгин С.К., кандидат технических наук, доцент, ФГБОУ ВО Луганский государственный университет имени Владимира Даля.

Синепольский Д.О., старший преподаватель, ФГБОУ ВО Луганский государственный университет имени Владимира Даля.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ РУКИ ЧЕЛОВЕКА НА ОСНОВЕ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ И СФЕРИЧЕСКИХ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАР

Аннотация: Решена задача сравнительного анализа механического аналога руки человека, описываемого в виде исполнительных кинематических цепей, представленных соединением вращательных кинематических пар пятого класса, и альтернативного решения в виде соединения сферических кинематических пар третьего класса. Для обоих случаев построены кинематические схемы и соответствующие им математические модели объекта. Построены рабочие зоны и выполнена оценка адекватности альтернативной модели руки человека, реализованной с помощью сферических кинематических пар третьего класса.

Ключевые слова: класс кинематической пары, кинематическая схема, исполнительная кинематическая цепь, сферическая система координат, математическая модель, метод Денавита-Хартенберга.

Введение. При проектировании манипулятора одним из первых решаемых вопросов является выбор его кинематической схемы и реализующих ее кинематических пар. В дальнейшем этот выбор будет определять функциональные возможности, надежность и сложность управления манипулятором. В случае если проектируемый манипулятор является функциональным заменителем существующего объекта, как, например, при проектировании бионического протеза верхних конечностей, возникает два вопроса:

- насколько кинематическая схема заменителя должна повторять кинематическую схему заменяемого объекта;
- насколько заменитель, построенный по альтернативной схеме,
 функционально эквивалентен заменяемому объекту.

Целью работы является решение задачи сравнительного анализа функционирования механического аналога руки человека, описываемого в виде исполнительных кинематических цепей, в одном случае представленной

соединением вращательных кинематических пар пятого класса, а в другом — соединение сферических кинематических пар третьего класса. Для достижения поставленной цели должны быть решены следующие задачи:

- 1. Построена кинематическая модель руки человека, представленная в виде исполнительной кинематической цепи, состоящей из последовательно соединенных сферических кинематических пар третьего класса.
- 2. Построена кинематическая модель руки человека, представленная в виде исполнительной кинематической цепи, состоящей из последовательно соединенных вращательных кинематических пар пятого класса.
- 3. Построить математические модели рассматриваемых ИКЦ, описывающих зависимость вектора координат объекта манипулирования от вектора обобщенных координат рассматриваемых манипуляторов.
- 4. Построить рабочие зоны рассматриваемых манипуляторов, путем решения прямой задачи кинематики исследуемых ИКЦ.
- 5. Оценить адекватность кинематической модели руки человека, реализованной с помощью вращательных кинематических пар пятого класса кинематической модели руки человека, реализованной с помощью сферических кинематических пар третьего класса.

Рука человека состоит из плече-лопаточного сустава, плечевой кости, локтевого сустава, предплечья, лучезапястного сочленение и кисти [1], и может быть представлена в виде исполнительной кинематической цепи, состоящей из трех последовательно соединенных сферических кинематических пар третьего класса (рис. 1).

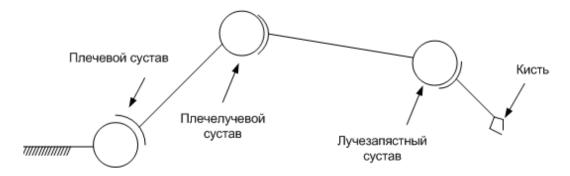


Рис. 1. Структурная схема исполнительной кинематической цепи модели руки человека на основе сферических кинематических пар третьего класса

Каждая приведенных кинематических функционирует ИЗ пар собственной сферической системе координат, а положение точек F и E, подвижных звеньях сферических кинематических пар, лежащих соответствующих плечевому и плечелучевому суставам, и точки T, лежащей на подвижном звене сферической кинематической пары, соответствующей лучезапястному суставу и определяемой как кисть руки человека, задаются тройкой чисел $\{r,\theta,\phi\}$, где r - длина соответствующего подвижного звена сферической кинематической пары, определяемая длиной плеча, предплечья и кисти, а углы φ и θ соответствуют углам проекций радиус-вектора точек F и ${\it E}\,$ и ${\it T}\,$ на плоскость Оху с положительным направлением оси Ох и углам между положительным направлением оси Oz и радиус-вектором точек F и E и T (рис. 2).

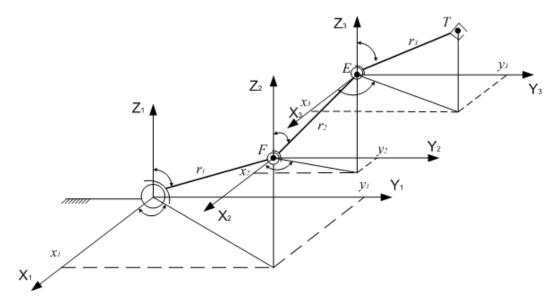


Рис. 2. Системы координат сферических кинематических пар ИКЦ

Принимая во внимание переход от сферических систем координат к декартовым, и учитывая этапы преобразования декартовых прямоугольных координат в пространстве [2], координаты точки T , лежащей в плоскости кисти модели руки, определяемого рассматриваемой структурной схемой, определяются по формуле:

```
X = r_1 \cdot \sin(\theta_1) \cdot \cos(\varphi_1) + 
+ r_2 \cdot \sin(\theta_2) \cdot \cos(\varphi_2) \cdot (\cos(\varphi_{11}) \cdot \cos(\psi_{11}) - \sin(\varphi_{11}) \cdot \sin(\psi_{11}) \cdot \cos(\theta_{11})) +
+r_2 \cdot \sin(\theta_2) \cdot \sin(\varphi_2) \cdot (\cos(\varphi_{11}) \cdot \sin(\psi_{11}) + \sin(\varphi_{11}) \cdot \cos(\psi_{11}) \cdot \cos(\theta_{11})) +
 +\sin(\varphi_{11})\cdot\sin(\theta_{11})\cdot r_2\cdot\cos(\theta_2)+
+r_3 \cdot \sin(\theta_3) \cdot \cos(\varphi_3) \cdot (\cos(\varphi_{12}) \cdot \cos(\psi_{12}) - \sin(\varphi_{12}) \cdot \sin(\psi_{12}) \cdot \cos(\theta_{12})) +
+\cos(\varphi_{12})\cdot\sin(\psi_{12})+\cdot r_3\cdot\sin(\theta_3)\cdot\sin(\varphi_3)\cdot\sin(\varphi_{12})\cdot\cos(\psi_{12})\cdot\cos(\theta_{12})+
 + r_3 \cdot \cos(\theta_3) \cdot \sin(\varphi_{12}) \cdot \sin(\theta_{12})
Y = r_1 \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\varphi_1) +
+r_2 \cdot \sin(\theta_2) \cdot \cos(\varphi_2) \cdot (-\sin(\varphi_{11}) \cdot \cos(\psi_{11}) - \cos(\varphi_{11}) \cdot \sin(\psi_{11}) \cdot \cos(\theta_{11})) +
+ r_2 \cdot \sin(\theta_2) \cdot \sin(\varphi_2) \cdot (-\sin(\varphi_{11}) \cdot \sin(\psi_{11}) + \cos(\varphi_{11}) \cdot \cos(\psi_{11}) \cdot \cos(\theta_{11})) +
 +\cos(\varphi_{11})\cdot\sin(\theta_{11})\cdot r_2\cdot\cos(\theta_2)+
+ r_3 \cdot \sin(\theta_3) \cdot \cos(\varphi_3) \cdot (-\sin(\varphi_{12}) \cdot \cos(\psi_{12}) - \cos(\varphi_{12}) \cdot \sin(\psi_{12}) \cdot \cos(\theta_{12})) +
+ r_3 \cdot \sin(\theta_3) \cdot \sin(\varphi_3) \cdot (-\sin(\varphi_{12}) \cdot \sin(\psi_{12}) + \cos(\varphi_{12}) \cdot \cos(\psi_{12}) \cdot \cos(\theta_{12})) +
+ r_3 \cdot \cos(\theta_3) \cdot \cos(\varphi_{12}) \cdot \sin(\theta_{12})
Z = r_1 \cdot r_2 \cdot \cos(\theta_1) + \sin(\theta_{11}) \cdot \sin(\psi_{11}) \cdot \sin(\theta_2) \cdot \cos(\varphi_2) +
 -r_2 \cdot \sin(\theta_{11}) \cdot \cos(\psi_{11}) \cdot \sin(\theta_2) \cdot \sin(\varphi_2) +
                                                                                                                                                                                                    (1)
+ r_2 \cdot r_3 \cdot \cos(\theta_{11}) \cdot \cos(\theta_2) + \sin(\theta_{12}) \cdot \sin(\psi_{12}) \cdot \sin(\theta_3) \cdot \cos(\varphi_3) +
|-r_3 \cdot \sin(\theta_{12}) \cdot \cos(\psi_{12}) \cdot \sin(\theta_3) \cdot \sin(\phi_3) + r_3 \cdot \cos(\theta_{12}) \cdot \cos(\theta_3)
```

где

 $\theta_{11}, \phi_{11}, \psi_{11}$ - углы Эйлера при переходе от системы координат $O_1 X_1 Y_1 Z_1$ к системе координат $O_2 X_2 Y_2 Z_2$.

 $\theta_{12}, \phi_{12}, \psi_{12}$ - углы Эйлера при переходе от системы координат $O_2 X_2 Y_2 Z_2$ к системе координат $O_3 X_3 Y_3 Z_3$.

 r_1, r_2, r_3 - длины соответствующих подвижных звеньев сферических кинематических пар, определяемых длиной плеча, предплечья и кисти.

Диапазон изменения углов θ_i ($i=\overline{1,3}$) и φ_i ($i=\overline{1,3}$), обеспечивающих перемещение точки, лежащей на свободном звене сферической кинематической пары в собственной системе координат $O_i X_i Y_i Z_i$, определяется изменением длин штоков $l_1 - l_6$ кинематических пар пятого класса, соответствующих функционированию сгибательных и разгибательных мышц руки человека, обеспечивающих изменение положения каждого из звеньев ИКЦ в собственной системе координат $O_i X_i Y_i Z_i$ (рис. 3)

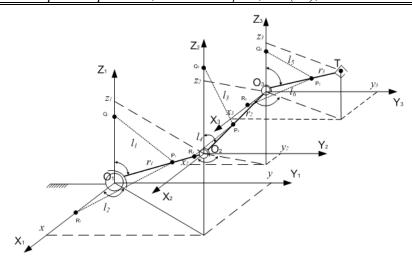


Рис. 3. Структурная схема крепления штоков, соответствующих функционированию сгибательных и разгибательных мышц руки человека

В результате, были образованы три треугольника $\Delta Q_i P_i O_i$ и три треугольника ΔP_i $O_i R_i$, значения длин сторон которых определяют значения соответствующих углов θ_i ($i=\overline{1,3}$) и φ_i ($i=\overline{1,3}$), обеспечивающих перемещение точки, лежащей на свободном звене сферической кинематической пары в собственной системе координат $O_i X_i Y_i Z_i$. Исследования [3] показали, что диапазоны изменения углов θ_i ($i=\overline{1,3}$) и φ_i ($i=\overline{1,3}$) в каждом из треугольников, обеспечиваемых изменением значения длин штоков $l_1 - l_6$ кинематических пар пятого класса, соответствующих функционированию сгибательных и разгибательных мышц руки человека, составляют от 19^0 до 177^0 .

Второй подход к задаче построения кинематической модели руки человека заключается разложение каждой сферических кинематической пары III класса на три вращательных кинематических пары V класса (рис. 4), при этом структурная схема руки человека принимает вид, показанный на рис. 5.

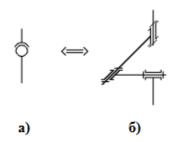


Рис. 4. Сферическая кинематическая пара III класса (а) и ее замена тремя вращательными кинематическими парами (б)

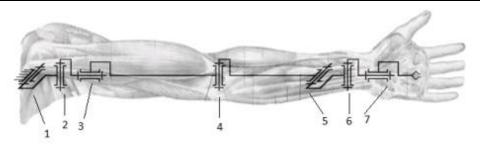


Рис. 5. Структурная схема исполнительной кинематической цепи модели руки человека на основе сферических кинематических пар пятого класса, где:1,2,3 - это вращательные кинематические пары пятого класса, формирующие плечелопаточный сустав; 4 - вращательная кинематическая пара пятого класса, соответствующая локтевому суставу; 5,6,7 - вращательные кинематические пары пятого класса, формирующие лучезапястный сустав.

Построим системы координат по способу Денавита-Хартенберга[4] и определим параметры преобразования координат при переходе от системы i-го звена к системе i-1.

Структурная схема руки человека с системами координат, построенные по способу Денавита-Хартенберга представлены на рис. 6.

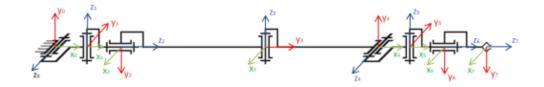


Рис. 6. Структурная схема с системами координат

Таким образом, рука человека имеет семь степеней подвижности, каждой из которых соответствуют обобщенные координаты: $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7$.

Таблица 1 - Параметры кинематической модели

I	КП	$\theta_{\scriptscriptstyle i}$	S_{i}	a_{i}	α_{i}
1	0,1	$ heta_1$	0	a_1	$-\frac{\pi}{2}$
2	1,2	$ heta_2$	0	0	$-\frac{\pi}{2}$
3	2,3	$ heta_3$	S_3	0	$\frac{\pi}{2}$
4	3,4	$ heta_4$	0	a_4	$\frac{\pi}{2}$
5	4,5	$ heta_5$	0	a_5	$-\frac{\pi}{2}$
6	5,6	$ heta_6$	0	0	$-\frac{\pi}{2}$
7	6,7	$ heta_7$	S_7	0	0

В таблице 1 представлены все обобщенные координаты рассматриваемой модели руки человека, а также другие параметры, определяющие относительное положение каждой і-й локальной системы координат в системе і-1. Система нелинейных трансцендентных уравнений (2), описывающих взаимосвязь вектора обобщенных координат кинематической модели руки человека, представленной в виде соединения вращательных кинематических пар пятого класса, и вектора координат объекта манипулирования, представляет собой математическую модель, рассматриваемой кинематической модели руки человека.

```
X = 0.25 \cdot \cos(\theta_4) \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_3) - 0.25 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \sin(\theta_2) \cdot \sin(\theta_4) +
  -0.3 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \sin(\theta_2) +
  +0.25 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_3) \cdot \cos(\theta_4) - 0.195 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_4) \cdot \cos(\theta_6) \cdot \sin(\theta_2) - 0.195 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_3) \cdot \cos(\theta_4) - 0.195 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_3) \cdot \cos(\theta_3) \cdot \cos(\theta_4) - 0.195 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_3) \cdot \cos(\theta_3) \cdot \cos(\theta_4) - 0.195 \cdot \cos(\theta_3) \cdot \cos(\theta_4) \cdot \cos(\theta_3) \cdot \cos(\theta_4) \cdot \cos(\theta_4) \cdot \cos(\theta_3) \cdot \cos(\theta_4) 
  -0.195 \cdot \cos(\theta_6) \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_3) \cdot \sin(\theta_4) + 0.195 \cdot \cos(\theta_6) \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_3) \cdot \sin(\theta_4) +
  +0.195 \cdot \cos(\theta_3) \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_5) \cdot \sin(\theta_6) +
  -0.195 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_3) \cdot \cos(\theta_6) \cdot \sin(\theta_4) -
  -0.195 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \sin(\theta_3) \cdot \sin(\theta_5) \cdot \sin(\theta_6) +
  +0.195 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_5) \cdot \sin(\theta_2) \cdot \sin(\theta_4) \cdot \sin(\theta_6) +
  -0.195 \cdot \cos(\theta_4) \cdot \cos(\theta_5) \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_3) \cdot \sin(\theta_6) +
  -0.195 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_3) \cdot \cos(\theta_4) \cdot \cos(\theta_5) \cdot \sin(\theta_6)
  Y = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2) - 0.25 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_4) \cdot \sin(\theta_3) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - 0.15 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.15
  -0.25 \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_2) \cdot \sin(\theta_4) + 0.25 \cdot \cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_3) \cdot \cos(\theta_4) \cdot \sin(\theta_1) - 0.25 \cdot \sin(\theta_2) \cdot \sin(\theta_3) \cdot \cos(\theta_4) \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_2) \cdot \sin(\theta_3) \cdot \cos(\theta_3) \cdot \cos(\theta_3)
  -0.195 \cdot \cos(\theta_4) \cdot \cos(\theta_6) \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_2) + 0.195 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_6) \cdot \sin(\theta_3) \cdot \sin(\theta_4) - 0.195 \cdot \cos(\theta_6) \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_2) + 0.195 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_6) \cdot \sin(\theta_2) + 0.195 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \sin(\theta_2) + 0.195 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \sin(\theta_2) + 0.195 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \sin(\theta_2) \cdot \sin(\theta_2) \cdot \sin(\theta_2) \cdot \sin(\theta_2) + 0.195 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \sin(\theta_2) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \sin(\theta_2) \cdot \sin(\theta_2) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \sin(\theta_2) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \sin(\theta_2) \cdot \sin(
  -0.195 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_3) \cdot \sin(\theta_5) \cdot \sin(\theta_6) +
  -0.195 \cdot \cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_3) \cdot \cos(\theta_6) \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_4) +
  +0.195 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_4) \cdot \cos(\theta_5) \cdot \sin(\theta_3) \cdot \sin(\theta_6) +
  -0.195 \cdot \cos(\theta_2) \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_3) \cdot \sin(\theta_5) \cdot \sin(\theta_6) +
  +0.195 \cdot \cos(\theta_5) \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_2) \cdot \sin(\theta_4) \cdot \sin(\theta_6) -
  -0.195 \cdot \cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_3) \cdot \cos(\theta_4) \cdot \cos(\theta_5) \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_6)
  Z = 0.195 \cdot \cos(\theta_3) \cdot \cos(\theta_6) \cdot \sin(\theta_2) \cdot \sin(\theta_4) +
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             (2)
  -0.25 \cdot \cos(\theta_2) \cdot \sin(\theta_4) - 0.195 \cdot \cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_4) \cdot \cos(\theta_6) -
  -0.25 \cdot \cos(\theta_3) \cdot \cos(\theta_4) \cdot \sin(\theta_2) +
  -0.3 \cdot \cos(\theta_2) + 0.195 \cdot \cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_5) \cdot \sin(\theta_4) \cdot \sin(\theta_6) +
  +0.195 \cdot \sin(\theta_2) \cdot \sin(\theta_3) \cdot \sin(\theta_5) \cdot \sin(\theta_6) +
+0.195 \cdot \cos(\theta_3) \cdot \cos(\theta_4) \cdot \cos(\theta_5) \cdot \sin(\theta_2) \cdot \sin(\theta_6)
```

Основываясь на математических моделях (1) и (2) путем решения прямой задачи кинематики были построены рабочие зоны кинематической

представленной исполнительной схемы модели человека, руки кинематической цепью, состоящей из последовательно соединенных трех сферических кинематических пар третьего класса (рис. 7) и рабочая зона кинематической модели руки человека, представленной схемы исполнительной кинематической цепью, состоящей из последовательно соединенных семи вращательных кинематических пар пятого класса (рис. 8).

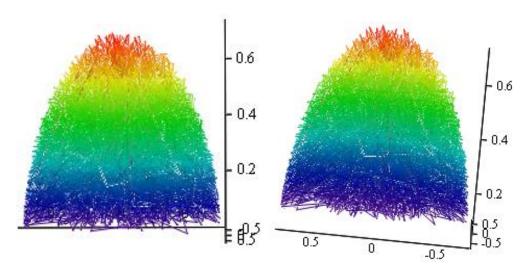


Рис. 7. Рабочая зона кинематической схемы модели руки человека, представленной исполнительной кинематической цепью, состоящей из последовательно соединенных трех сферических кинематических пар третьего класса

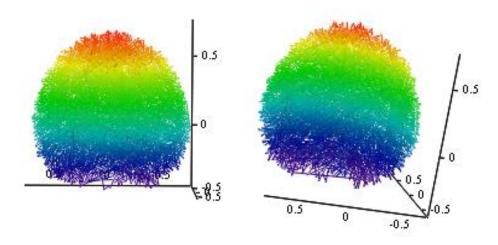


Рис. 8. Рабочая зона кинематической схемы модели руки человека, представленной исполнительной кинематической цепью, состоящей из последовательно соединенных семи вращательных кинематических пар пятого класса

Далее необходимо решить вопрос о возможности функционирования рассматриваемых исполнительных кинематических цепей в единой рабочей зоне, что будет свидетельствовать об идентичности кинематической модели руки человека, образованной последовательно соединенными вращательными кинематическими парами пятого класса кинематической модели руки человека, образованной последовательно соединенными сферическими кинематическими парами третьего класса.

Решение поставленной задачи сводится к решению задачи определения принадлежности точек рабочей зоны кинематической схемы модели руки представленной исполнительной человека, кинематической цепью, состоящей ИЗ последовательно соединенных трех сферических кинематических пар третьего класса, рабочей зоне кинематической схемы модели руки человека, представленной исполнительной кинематической цепью, состоящей из последовательно соединенных семи вращательных кинематических пар пятого класса по трем координатам.

Решение данного типа задачи сводится к решению задачи кластеризации с использованием нейросетевых технологий. Для проверки принадлежности точки по каждой из координат были сформированы три однослойных сети Кохонена[5] имеющие структуру:

$$j_{\text{max}} = \arg \max_{j=1}^{5} \left\{ \omega_{j0} + \sum_{i=1}^{2} \omega_{ji} x_{i} \right\}$$

Входными данными каждой из сетей стали значения координат каждой из точек рабочей зоны кинематической схемы модели руки человека, представленной исполнительной кинематической цепью, состоящей из последовательно соединенных семи вращательных кинематических пар пятого класса (рис. 10).

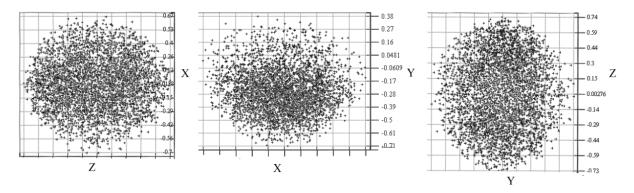


Рис. 10. Рабочие зоны кинематических моделей руки человека в проекциях X-Z (a), Y-X(б) и Y-Z(в)

Объем обучающей выборки составил 2000 точек. Время обучения – 100 Каждая сетей Кохонена эпох. делит рассматриваемые точки кинематической представленной модели руки человека, схемы исполнительной кинематической цепью, состоящей из последовательно соединенных семи вращательных кинематических пар пятого класса, по каждой из координат на пять кластеров (таблица 2).

Таблица 2 - Результат обучения сети Кохонена для рабочей зоны для ИКЦ на основе последовательного соединения семи вращательных КП пятого класса

Координата	Диапазоны кластеров	Номер кластера	Центр кластера
X	(-0,69; -0,341)	2	-0,3774
	(-0,340; -0,126)	3	-0,1685
	(-0,125; 0,1068)	5	0,0011
	(0,108; 0,245)	4	0,1547
	(0,246; 0,671)	1	0,3771
Y	(-0,7;-0,353)	4	-0,467
	(-0,352; -0,212)	3	-0,3007
	(-0,211; -0,102)	1	-0,1312
	(-0,101; 0,0260)	2	-0,0785
	(0,026; 0,375)	5	0,1001
Z	(-0,721; -0,404)	3	-0,4534
	(-0,402; -0,184)	5	-0,1932
	(-0,183; 0,284)	4	0,00753
	(0,287; 0,41)	1	0,3063
	(0,411; 0,729)	2	0,5109

В дальнейшем, на обученную сеть Кохонена были поданы значения координат точек рабочей зоны кинематической схемы модели руки человека, представленной исполнительной кинематической цепью, состоящей из последовательно соединенных трех сферических кинематических пар третьего класса.

В результате, координаты точки рассматриваемой рабочей зоны были отнесены соответствующей сетью Кохонена к соответствующему кластеру точек рабочей зоны кинематической схемы модели руки человека, представленной исполнительной кинематической цепью, состоящей из последовательно соединенных семи вращательных кинематических пар пятого класса (таб. 3).

Таблица 3 - Результат применения обученной сети Кохонена к рабочей зоне ИКЦ на основе последовательного соединения трех сферических КП третьего класса

Координата	Диапазон изменения координаты	Кластеры
X	(-0,599; 0,6092)	2,3,5,4,1
Y	(-0,715; -0,0217)	4,3,1,2
Z	(-0,734; 0,7398)	3,5,4,2

Таким образом, координаты точек рабочей зоны кинематической схемы модели руки человека, представленной исполнительной кинематической цепью, состоящей из последовательно соединенных трех сферических кинематических пар третьего класса, лежат в границах изменения координат X,Y,Z точек рабочий зоны кинематической схемы модели руки человека, представленной исполнительной кинематической цепью, состоящей из последовательно соединенных семи вращательных кинематических пар пятого класса. Следовательно, можно сделать вывод о том, что в рабочей зоне (рис. 11) заданной диапазонами изменений координат $X \in [-0.599; -0.6092]$, $Y \in [-0.7; -0.00217]$, $Z \in [-0.721; -0.729]$ обе кинематические схемы руки человека будут функционировать идентично.

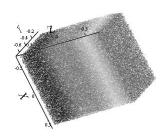


Рис. 11. Совокупная рабочая зона функционирования двух типов ИКЦ модели руки человека

Выводы

- 1. Построены кинематические модели рассматриваемого объекта для случаев его описания последовательным соединением сферических КП третьего класса и преобразования к последовательному соединению семи вращательным КП пятого класса, в виде систем нелинейных трансцендентных уравнений.
- 2. Путем решения прямой задачи кинематики для первого варианта описания объекта построена выборка точек рабочей зоны, которая была использована для обучения системы трех сетей Кохонена для пяти кластеров.
- 3. Точки рабочей зоны, полученные путем решения прямой задачи кинематики по системе уравнений, полученных для второго варианта описания объекта были поданы на ранее обученную систему сетей Кохонена и по результатам кластеризации сделан вывод, что в пределах совокупной рабочей зоны заданной диапазонами изменений координат $X \in [-0.599; -0.6092]$, $Y \in [-0.7; -0.00217]$, $Z \in [-0.721; -0.729]$, обе кинематические схемы руки человека будут функционировать идентично.

Список использованных источников

- 1. Привес М. Г., Лысенков Н. К., Бушкович В. И. Анатомия человека. 11-е изд., испр. и доп. СПб.: Изд-во «Гиппократ», 2001. С. 704; с ил. ISBN 5-8232-0192-3.
- 2. Александров А.В., Клепко В.Л. Системы координат в геодезии. Екатеринбург: УГГУ, 2011-115 с.

- 3. Шульгин С.К., Синепольский Д.О., Макогон В.В. Применение искусственных нейронных сетей для решения обратной задачи кинематики бионического протеза руки человека. Вестник ЛГУ им. В. Даля. Луганск, 2023. №11(77). С. 208-213.
- 4. Шахинпур M. Курс робототехники. M.: Мир, 1990. 527 с.
- 5. Kohonen, T. Self-Organizing Maps, Berlin New York: Springer-Verlag, 2001.

Shulgin S.K., candidate of technical Sciences, assistant professor, Lugansk State University named after Vladimir Dal,

Sinepolsky D.O., senior Lecturer, Lugansk State University named after Vladimir Dal.

COMPARATIVE ANALYSIS OF HUMAN HAND MODELS BASED ON ROTATIONAL AND SPHERICAL KINEMATIC PAIRS

Abstract: The problem of comparative analysis of the mechanical analogue of the human hand described in the form of executive kinematic chains represented by a connection of rotational kinematic pairs of the fifth class and an alternative solution in the form of a connection of spherical kinematic pairs of the third class is solved. For both cases, kinematic schemes and corresponding mathematical models of the object are constructed. Working zones are constructed and an assessment of the adequacy of the alternative model of the human hand, implemented with the help of spherical kinematic pairs of the third class, is performed.

Key words: kinematic pair class, kinematic scheme, executive kinematic chain, spherical coordinate system, mathematical model, Denavit-Hartenberg method.