

Abstract. The efficiency of piston internal combustion engines primarily means their fuel efficiency, provided that the requirements of regulatory documents on environmental safety (emissions of harmful substances) are met. Given the development of alternative energy sources, it may seem that piston engines will be banned from use. However, an analysis of work in the field of improving piston engines, the volume of capital investments, etc., suggests the opposite. Therefore, a review and analysis of the technologies used aimed at increasing the efficiency of these engines can be considered relevant.

Key words. Internal combustion engine, mechanical losses, thermal losses, effective efficiency.

УДК 539.421

Сибгатуллин Э.С., доктор физико-математических наук, профессор, Набережночелнинский институт ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Сибгатуллин М.Э., кандидат физико-математических наук, доцент, Академия наук Республики Татарстан, Институт прикладных исследований

Сибгатуллин К.Э., кандидат технических наук, доцент, Набережночелнинский институт ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Новоселов О.Г., кандидат технических наук, старший преподаватель, Набережночелнинский институт ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Барсукова А.Д., магистрант, Набережночелнинский институт ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет».

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ «БЕСКОНЕЧНОЙ» ПЛАСТИНЫ, ИМЕЮЩЕЙ МАКРОТРЕЩИНУ

Аннотация. Изотропная пластина находится в обобщенном плоском напряженном состоянии. Предельная комбинация внешних сил для пластины определяется двумя способами: используя известные в научной литературе соответствующие соотношения и используя условия равновесия близкой к трещине окрестности, с учётом только асимптотических составляющих напряжений. Из равенства соответствующих результатов следуют формулы для определения размеров окрестности трещины, где необходимо учитывать работу асимптотических напряжений, а также работу внешних сил.

The diagram illustrates a rectangular plate of width l_p and height l_q containing a central elliptical hole of semi-major axis a and semi-minor axis b . The plate is subjected to a uniform stress field p (vertical) and q (horizontal). The coordinate system (x, y) is centered at the origin O of the plate. The origin O_1 of the elliptical hole is located at $(-r, 0)$ relative to O , where r is the distance from the plate center to the hole center. The angle θ is measured from the x -axis to the line segment OA , where A is a point on the ellipse. The distance from O_1 to A is T_1 . The distance from O to A is T . The horizontal distance from O to the hole center O_1 is $2l$. The diagram also shows the dimensions l_p and l_q for the plate and the hole, and the coordinates x and y for the origin O .

84

Рассмотрим равновесие «бесконечной» в плане пластины с постоянной толщиной t , нагруженной «в бесконечности» равномерно распределенными по соответствующим нормальным сечениям внешними силами с интенсивностями p и q (рис.1). Пластина имеет сквозную макротрещину с длиной, равной $2l$, первоначальное направление которой совпадает с осью Ox . Решение соответствующей задачи теории упругости дает следующие результаты [1]:

$$K_I = p\sqrt{\pi l}; \quad K_{II} = q\sqrt{\pi l}. \quad (1)$$

Здесь K_I , K_{II} – коэффициенты интенсивности напряжений (*КИН*). Если p и q действуют по-отдельности, то их предельные значения, после достижения которых трещина может начинать расти, определяются формулами

$$p_u = K_{Ic}/\sqrt{\pi l}; \quad q_u = K_{IIc}/\sqrt{\pi l}. \quad (2)$$

Здесь K_{Ic} , K_{IIc} – характеристики трещиностойкости материала пластины, определяемые экспериментально. При совместном действии p и q , для определения предельного значения параметра внешней нагрузки, можно использовать следующий эмпирический критерий трещиностойкости:

$$K_I^2/K_{Ic}^2 + K_{II}^2/K_{IIc}^2 = 1. \quad (3)$$

В общем случае формулы, аналогичные (1), получают как результат решения соответствующей задачи математической теории упругости. Существуют справочники (см., например, [2]), где приведены формулы, таблицы, графики для определения *КИН* для различных элементов конструкций, имеющих макротрещины, при различных нагрузках.

В относительно малой окрестности вершины (острия, кончика, фронта) O трещины (рис.1) возникает сильная концентрация напряжений σ_{ij} , сингулярные составляющие которых определяются формулами [3]

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= (f_1 K_I + f_2 K_{II})/\sqrt{2\pi r}; \\ \sigma_{yy} &= (f_3 K_I + f_4 K_{II})/\sqrt{2\pi r}; \\ \sigma_{xy} &= (f_4 K_I + f_1 K_{II})/\sqrt{2\pi r}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь

$$\begin{aligned} f_1 &= \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right); \\ f_2 &= -\sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}\right); \\ f_3 &= \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right); \\ f_4 &= \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}. \end{aligned} \quad (5)$$

При любом ненулевом значении внешней нагрузки у вершины трещины образуется зона деструкции материала, граница которой с окружающей ее упругой областью пластины определяется уравнением

$$r_c(\theta) = (f_5 K_I^2 + f_6 K_{II}^2 + f_7 K_I K_{II}) / (\pi \sigma_0^2). \quad (6)$$

Здесь σ_0 – прочность материала при одноосном растяжении; ν – коэффициент Пуассона;

$$\begin{aligned} f_5 &= \cos^2 \frac{\theta}{2} \left[1 - \nu + (1 + \nu) \sin^2 \frac{\theta}{2}\right]; \\ f_6 &= 1 + \nu + \sin^2 \frac{\theta}{2} \left[1 - \nu - 3(1 + \nu) \cos^2 \frac{\theta}{2}\right]; \\ f_7 &= \sin \theta [\nu - 1 + (1 + \nu) \cos \theta]. \end{aligned} \quad (7)$$

Направление роста трещины определяется углом $\theta = \theta_c$ (рис.1). Значение θ_c устанавливают, используя уравнение

$$f_8 n^2 + f_9 n + f_{10} = 0. \quad (8)$$

Здесь $n = K_{II}/K_I$;

$$\begin{aligned} f_8 &= 2(1 - \nu) \sin \theta_c - 3(1 + \nu) \sin 2\theta_c; \\ f_9 &= 4[(1 + \nu) \cos 2\theta_c + (\nu - 1) \cos \theta_c]; \\ f_{10} &= (1 + \nu) \sin 2\theta_c + 2(\nu - 1) \sin \theta_c. \end{aligned} \quad (9)$$

Напряжения на наклонных площадках с внешней нормалью $\vec{n}$ определяются формулами [4]

$$\begin{aligned} X_n &= (f_{11} K_I + f_{12} K_{II}) / \sqrt{2\pi r}; \\ Y_n &= (f_{13} K_I + f_{14} K_{II}) / \sqrt{2\pi r}; \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь

$$f_{11} = -\sin \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2}; f_{12} = \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin^2 \frac{\theta}{2}\right); f_{13} = \cos^3 \frac{\theta}{2}. \quad (11)$$

После достижения параметром внешней нагрузки своего предельного значения большинство тел с макротрещинами разрушаются хрупко (квазихрупко [3]). Под действием напряжений (4) деформации развиваются на тонких обобщенных поверхностях разрушения (ОПР), а остальные части тела между ОПР практически не деформируются (регулярные составляющие напряжений малы в сравнении с напряжениями (4)), и их можно рассматривать как абсолютно жёсткие конечные элементы (АЖКЭ). В начальный момент катастрофического роста трещины напряжения и деформации на ОПР растут быстро, на определенной длине $OT = l_T$ от вершины трещины (рис.1). В рассматриваемой задаче о «бесконечной» пластине трещина растёт от вершин O и O_1 симметрично (когда действует только p), или кососимметрично (когда действуют p и q одновременно). В данной работе за предельное состояние пластины принято её состояние в начальный момент катастрофического роста трещины. Принята гипотеза, что на ОПР скорости взаимных перемещений АЖКЭ имеют разрывы $[v_x]/\sqrt{2\pi r}$, $[v_y]/\sqrt{2\pi r}$, где $[v_x]$, $[v_y]$ – номинальные значения разрывов скоростей. Если тело имеет достаточно большие габаритные размеры (в сравнении с рассматриваемой трещиной), то исследуют, как правило, НДС достаточно близкой окрестности трещины. Пусть пластина разрушается путём разделения на два АЖКЭ в направлениях лучей OA и O_1A_1 (рис.1).

В предельном состоянии пластины учтем мощность нагрузки p на длине $2l_p$, мощность q - на $2l_q$, мощности напряжений X_n и Y_n - на длинах $l_T = OT = O_1T_1$. Уравнения равновесия для нижней (от линии AOO_1A_1) части пластины (рис.1):

$$\Sigma X = \int_0^{l_T} X_n dr - ql_q = 0; \quad (12)$$

$$\Sigma Y = \int_0^{l_T} Y_n dr + ql_q - pl_p = 0;$$

$$\sum \text{mom}_0 \equiv 0.$$

Уравнение баланса мощностей внутренних и внешних сил:

$$\xi \int_{r_c}^{l_T} (X_n[v_x] + Y_n[v_y]) \frac{dr}{\sqrt{2\pi r}} = pl_p[v_y] + ql_q([v_x] + [v_y]). \quad (13)$$

Здесь ξ – коэффициент согласования размерностей частей уравнения (13) (например, $\xi = 1\sqrt{м}$). Уравнения (12,13) отнесены к постоянной толщине t пластины.

В рассматриваемых здесь задачах можно принять следующие соотношения:

$$n = \frac{K_{II}}{K_I} = \frac{K_{2c}}{K_{1c}} = \frac{q}{p} = \frac{[v_x]}{[v_y]}. \quad (14)$$

Используя (3, 10, 12, 14), можно определить статические оценки предельных значений внешних сил:

$$p_{ст} = \frac{K_{1c}}{l_p} f_{14} \sqrt{\frac{2l_T}{\pi}};$$

$$q_{ст} = \frac{K_{2c}}{l_q} f_{15} \sqrt{\frac{2l_T}{\pi}}. \quad (15)$$

Точка с координатами (K_{1c}, K_{2c}) лежит на предельной кривой (3);

$$f_{14} = (1 + n)f_{11} + nf_{12} + f_{13};$$

$$f_{15} = f_{11}/n + f_{12}. \quad (16)$$

Из (14, 15) следует равенство

$$l_q = f_{16} l_p;$$

$$f_{16} = f_{15}/f_{14}. \quad (17)$$

Приняв в (2) вместо $K_{Ic} - K_{1c}$, вместо $K_{IIc} - K_{2c}$, и используя равенства

$$p_{ст} = p_u,$$

$$q_{ст} = q_u, \quad (18)$$

найдем формулы для определения длин l_p, l_q :

$$\begin{aligned} l_p &= f_{14}\sqrt{2ll_T}; \\ l_q &= f_{15}\sqrt{2ll_T}. \end{aligned} \quad (19)$$

Используя (3, 10, 13, 14, 17), определяем кинематические оценки предельных сил:

$$\begin{aligned} p_k &= \frac{\xi K_{1c}}{2\pi l_p} f_{17} \ln \frac{l_T}{r_c}; \\ q_k &= np_k. \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь

$$f_{17} = \frac{2nf_{11} + n^2 f_{12} + f_{13}}{1 + n(1 + n)f_{16}}. \quad (21)$$

Используя равенства $p_k = p_{ст}$, $q_k = q_{ст}$ и (15,20) получаем уравнение для определения длины l_T :

$$\xi \ln \frac{l_T}{r_c} = \frac{f_{14}}{f_{17}} \sqrt{8\pi l_T}. \quad (22)$$

Из вышеприведенных формул при $p \neq 0$, $q = 0$, $\theta_c = 0$ имеем:

$$p_{ст} = p_k = p_u = K_{Ic}/\sqrt{\pi l}; \quad l_p = \sqrt{2ll_T};$$

при $p = 0$, $q \neq 0$, $\theta_c \neq 0$ имеем:

$$q_{ст} = q_k = q_u = K_{IIc}/\sqrt{\pi l}; \quad l_q = \sqrt{2ll_T}. \quad (23)$$

В обоих случаях уравнение (22) принимает вид

$$\xi \ln \frac{l_T}{r_c} = \sqrt{8\pi l_T}. \quad (24)$$

однако нужно иметь в виду, что $l_T(\theta_c = 0) \neq l_T(\theta_c \neq 0)$.

В таблице 1 приведены некоторые численные результаты расчетов. Здесь $\sigma_0 = 490$ МПа; $\nu = 0,3$; $K_{Ic} = 34,7$ МПа $\sqrt{м}$; $K_{IIc} = 51,8$ МПа $\sqrt{м}$; $l = 1$ м; $\xi = 1\sqrt{м}$. Механические характеристики алюминиевого сплава 2024-Т4 взяты из работы [5].

Численные результаты расчетов

n	θ_c^0	r_c , мм	l_T , м	l_p, l_q , м	p_u, q_u , МПа
0	0	1,12	2,32	2,16	$p_u = 19,6$;
∞	-79,6	2,29	1,76	2,03	$q_u = 29,2$
1,5	-56,7	1,97	0,245	$l_p = 2,25$; $l_q = 0,926$	$p_u = 13,8$; $q_u = 20,7$

Выводы. Основная особенность рассматриваемых в данной работе задач заключается в том, что нельзя использовать «бесконечные» размеры пластины в соответствующих уравнениях. Согласно (22) размер l_T не зависит от длины трещины l (как и r_c , см. (6)). Согласно (19), размеры l_p и l_q зависят от длины трещины. Результаты данной работы могут быть использованы для установления ориентиров при исследовании предельного состояния пластин, имеющих ограниченные размеры. Отметим, что некоторые задачи определения КИН могут быть существенно упрощены, если КИН рассматривать как тензор K_{lmn} [6].

Список использованных источников

1. Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие в 4 т. / [АН УССР, Физ.-мех. ин-т им. Г.В. Карпенко]; Под общ. ред. В.В. Панасюка. Т. 2.: Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами / М.П. Саврук. - 1988. – 620с.
2. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: В 2 т. / [Ито Ю. и др.]; Под ред. Ю. Мураками; Пер. с англ. под ред. Р. В. Гольдштейна, Н. А. Махутова. - М.: Мир, 1990. - Т. 1 - 448 с., Т. 2 - 1016 с.
3. Партон В. 3. Механика разрушения: От теории к практике. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. — 240 с.
4. Терегулов И. Г. Сопротивление материалов и основы теории упругости и пластичности. [Учеб. для строит. спец. вузов] / И. Г. Терегулов. - Москва: Высш. шк., 1984. - 472 с.
5. Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие в 4 т. / [АН УССР, Физ.-мех. ин-т им. Г.В. Карпенко]; Под общ. ред. В.В. Панасюка. Т.3.: Характеристики кратковременной трещиностойкости материалов и

методы их определения. / С.Е. Ковчик, Е.М. Морозов.— Киев: Наукова думка, 1988 – 436с.

6. Сибгатуллин, Э.С. О тензорном характере коэффициентов интенсивности напряжений / К.Э. Сибгатуллин, М.Э. Сибгатуллин, Э.С. Сибгатуллин // Региональные аспекты развития науки и образования в области архитектуры, строительства, землеустройства и кадастров в начале III тысячелетия : Материалы Международной научно-практической конференции, Комсомольск-на-Амуре, 16–17 декабря 2020 года / Редколлегия: О.Е. Сысоев (отв. ред.) [и др.]. – Комсомольск-на-Амуре: Комсомольский-на-Амуре государственный университет, 2021. – С. 290-296.

Sibgatullin E.S., professor, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, NaberezhnyeChelny Institute Kazan (Volga Region) Federal University

Sibgatullin M.E., Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Academy of Sciences of the Republic of Tatarstan, Institute of Applied Research

Sibgatullin K.E., Candidate of Technical Sciences, NaberezhnyeChelny Institute of Kazan (Volga Region) Federal University

Novoselov O.G. Candidate of Technical Sciences, NaberezhnyeChelny Institute of Kazan (Volga region) Federal University

Barsukova A.D., undergraduate student, NaberezhnyeChelny Institute of Kazan (Volga Region) Federal University.

INVESTIGATION OF THE ULTIMATE EQUILIBRIUM OF AN "INFINITE" PLATE HAVING A MACROFRACTURE

Abstract: The isotropic plate is in a generalized plane stress state. The limiting combination of external forces for the plate is determined in two ways: using the appropriate ratios known in the scientific literature and using the equilibrium condition of the vicinity close to the crack, taking into account only the asymmetric stress components. From the equality of the corresponding results, formulas for determining the size of the crack neighborhood follow, where it is necessary to take into account the work of the asymmetric stresses, as well as the work of external forces.

Key words: macro cracks, plates, infinity, the size of the field of accounting for the work of forces.